

# 最优控制与状态估计

课程编号：03112302

课程中文名称：最优控制与状态估计

课程英文名称：Optimal control and state estimation

课程性质：学科核心课

开课对象：学术型硕士研究生、工程硕士

适用学科：控制科学与工程

开课学期：春季

学分/学时：4/64

先修课程：自动控制原理、线性系统、概率论、矩阵论

建议后续课程：现代导航技术、现代飞行控制系统、现代控制理论

执笔人：王青、张海 课程负责人：张海 核准院长：王磊

---

## 一、课程的性质、目的和任务

课程的性质：最优控制与状态估计是控制科学与技术一级学科研究生教育的核心课程，系统地阐述了多维系统状态最优估计、最优控制的原理与实现方法，对控制及控制相关系统的最优化设计与实现具有重要作用。

课程的目的：该课程从控制系统的构成与性能角度出发，建立起对控制系统状态参数最优估计及实现系统最优控制的完整认识，以最优化的思想思考各类控制系统的设计问题，不仅直接支撑导航、制导与控制领域的研究，还注重培养将最优化的估计与控制思想推广到各类控制与非控制领域的能力。

课程的任务：全面介绍最优控制、状态估计的数学基础知识，详细阐述其基本原理及实现方法，使课程选择者能够在透彻理解原理的基础上，正确、熟练掌握解决问题的数学方法，具备扎实的理论分析与实际应用能力。本课程所涉及的主要内容包括：变分法、极小值原理、动态规划、线性及非线性最小二乘法、UT 变换、线性与非线性 Kalman 滤波、粒子滤波等。

## 二、课程内容、基本要求及学时分配

### 第一章 绪论（2 课时）

#### 1.1 最优控制、最优估计的基本概念、应用与发展

#### 1.2 最优控制问题的描述

基本要求：了解最优控制、最优估计的基本概念、研究内容与实际应用领域、课程主要内容、学习方法，初步了解分离定理及最优控制与最优估计的区别与联系。

## 第二章 变分法（4 课时）

### 2.1 泛函、变分的基本的概念

### 2.2 欧拉方程，横截条件

### 2.3 终端条件约束下的变分原理 1

### 2.4 终端条件约束下的变分原理 2

基本要求：了解泛函的基本概念、变分法的基本原理，能够使用欧拉方程进行分析，掌握不同横截条件、角点条件、内点约束的使用方法，能够使用变分法进行最优控制问题求解。

## 第三章 极小值原理（6 课时）

### 3.1 连续系统的极小值原理

### 3.2 离散系统的最小值原理

### 3.3 时间最优控制

### 3.4 燃料最优控制

### 3.5 时间-燃料最优控制 1

### 3.6 时间-燃料最优控制 2

基本要求：了解古典变分法的局限性，掌握连续极小值原理的证明与重要意义，了解极小值原理的时变问题、积分型指标、末端约束、复合性能指标等推广形式，掌握离散极小值原理的证明，能够利用极小值原理进行时间、燃料不同组合情况下的最优控制问题求解。

## 第四章 动态规划（4 课时）

### 4.1 Bellman 最优性原理及动态规划问题基本递推

### 4.2 离散系统的动态规划方法

### 4.3 连续系统的动态规划方法

### 4.4 HJB 方程与极小值原理等的联系

基本要求：了解动态规划方法的处理思想，了解多级决策问题、最优性原理以及动态规划的基本方程，掌握离散、连续动态规划算法，建立起动态规划法与变分、极小值原理间相互关系的概念。

## 第五章 线性系统的二次型最优状态调节器（6 课时）

### 5.1 线性二次型最优控制的数学描述

### 5.2 连续系统的有限时间状态调节器

- 5.3 连续系统的无限时间状态调节器
- 5.4 具有指定衰减速率的无限时间状态调节器
- 5.5 连续系统的伺服跟踪最优控制器
- 5.6 离散系统的状态调节器

基本要求：掌握二次型问题的定义、二次型最优控制问题的形式划分及相互关系，掌握有限时间、无限时间状态调节器问题划分及设计基本方法，掌握黎卡提方程的由来、形式及最优解的唯一性，掌握基于状态观测器的最优状态调节器原理，能够求解离散系统的调节器。理解最优控制与最优估计之间的联系。

## 第六章 线性最优输出调节与跟踪系统（3 课时）

- 6.1 最优控制问题计算方法问题概述
- 6.2 直接法（梯度法、共轭梯度法）
- 6.3 间接法（边界迭代法、拟线性化法）

基本要求：了解最优控制计算方法的基本概念，常用计算方法的分类与区别，掌握以梯度法、共轭梯度法为代表的直接法和以边界迭代法、拟线性化法为代表的简介法，能够利用最优控制数值计算方法，解决复杂最优控制问题。

## 第七章 基本估计方法（4 课时）

- 7.1 估计、滤波的基本概念、估计问题的分类与估计准则，最小方差估计准则
- 7.2 极大似然估计、极大验后估计
- 7.3 线性最小方差估计
- 7.4 加权、递推最小二乘估计、非线性最小二乘，估计准则之间的关系

基本要求：了解估计的概念、基本估计准则、准则的使用条件及准则间的相互关系，掌握线性最小方差估计、加权最小二乘、极大似然估计、极大验后估计的实现方法。

## 第八章 最优线性预测、滤波方程（8 课时）

- 8.1 维纳滤波概念、连续系统离散化
- 8.2 正交投影及正交定理
- 8.3 卡尔曼滤波问题的分类及，最优预测方程推导
- 8.4 最优滤波方程，最优预测、最优滤波比较分析
- 8.5 连续滤波方程推导、噪声相关、输入下滤波方程推导
- 8.6 成形滤波器及有色噪声下滤波方程推导
- 8.7 Kalman 滤波在组合导航中的应用

## 8.8 Kalman 滤波在组合导航中的应用

基本要求：掌握正交投影的概念及正交投影与线性最小方差估计间的等价关系，掌握 Kalman 滤波系统状态修正的基本形式，掌握预测问题、滤波问题最优估计方程的推导方法，掌握输入、过程噪声与观测噪声相关、有色噪声等情况下滤波方程的推导思路及最终求解公式。

## 第九章 最优线性平滑方程（4 课时）

### 9.1 平滑算法作用、分类

### 9.2 固定区间平滑方程推导及理解

### 9.3 固定点平滑方程推导

### 9.4 固定滞后平滑方程推导

基本要求：了解预测、滤波、平滑方法与估计精度间的关系，了解固定区间、固定点、固定滞后平滑公式的推导方法，清晰理解不同平滑方法计算公式的物理含义，能够使用平滑公式进行平滑计算。

## 第十章 滤波稳定性（4 课时）

### 10.1 稳定的概念、分类，滤波稳定的数学分析

### 10.2 随机系统一致完全可控、一致完全可观测的推导

### 10.3 滤波误差的解及滤波稳定性定理、滤波误差协方差渐进性

### 10.4 定常系统稳定性的特殊情况

基本要求：了解滤波稳定的概念及物理意义，掌握线性随机系统一致完全可控、一致完全可观的判定条件，掌握状态估计误差协方差阵上下界的物理意义，掌握滤波稳定性定理及其局限性，掌握滤波误差协方差阵的渐进性。

## 第十一章 滤波发散及其克服方法（6 课时）

### 11.1 滤波发散现象与衰减记忆滤波

### 11.2 限定记忆滤波

### 11.3 最优估计下的新息与残差

### 11.4 Sage-Husa、强跟踪、自适应抗差滤波器的分析

### 11.5 二阶互差分及自适应滤波的研究现状

### 11.6 序贯处理、信息滤波与平方根滤波

基本要求：了解滤波发散现象及造成发散的主要原因，理解衰减记忆滤波、限定记忆滤波算法原理，掌握滤波最优情况下的统计特征，掌握 Sage-Husa、强跟踪、抗差自适应、二阶互差分自适应滤波算法的原理及适用情况，掌握序贯处理、信息滤波、平方根滤波方法。

## 第十二章 非线性滤波（6 课时）

### 12.1 非线性滤波问题分析及标称轨道滤波、扩展卡尔曼滤波方程的推导

### 12.2 近似条件均值滤波、迭代滤波

### 12.3 UT 变换

### 12.4 无迹滤波(UKF)

### 12.5 粒子滤波基本思想及相关数学知识

### 12.6 粒子滤波方程推导

基本要求：掌握 EKF 算法，清晰理解基于泰勒展开的线性化方法在滤波解算过程中的弱点，透彻理解 UT 变换的原理，掌握 UKF 算法实现过程，了解粒子滤波方法的基本原理，掌握粒子滤波算法的实现过程。

## 第十三章 次优滤波器设计（1 课时）

### 13.1 卡尔曼滤波器的计算特性、简化增益阵的次优设计、 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 滤波、简化模型的次优滤波器设计

基本要求：了解 Kalman 滤波的计算复杂性、工程实际应用中次优滤波器的和理性，透彻理解  $\alpha$ - $\beta$ 、 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  滤波的适用性。

## 第十四章 随机最优控制（3 课时）

### 14.1 分离定理与离散系统的随机线性控制器

### 14.2 连续系统的随机线性控制器

### 14.3 随机线性跟踪控制器的设计

基本要求：深入了解分离定理，了解随机干扰作用下线性系统最优控制所面临的问题，二次型随机性能指标的表达式，掌握基于 Kalman 滤波的最优控制模型及求解方法。

## 第十五章 最优控制与状态估计航空航天领域的应用（3 学时）

### 15.1 火星探测器的最优化控制问题

### 15.2 面向任务的无人机最优控制问题

### 15.3 最优控制与状态估计的设计总结

基本要求：掌握复杂系统最优化控制问题的设计思想及具体实现方法，能够综合利用最优状态估计与最优控制思想解决实际问题。

## 三、教学方法

该课程理论性强，但也有着十分鲜明的实际应用背景。在讲授的过程中，保证基础知识、理

论的透彻理解，并结合实际物理概念对公式进行深入解析，建立起数学公式与实际系统运行机理间的明确认识，教学过程中以实际应用为对象贯穿各个章节，强调课堂教学与综合性设计作业相结合，培养切实的应用知识的能力。

## 四、课内外教学环节及基本要求

课外环节主要包括教学参考书对比阅读、科技论文阅读、综合大作业等形式。课内与课外学时比为 1:1.5。

## 五、考核方式及成绩评定

成绩构成：综合设计作业 50%，闭卷考试 50%。

## 六、教材和参考资料

教材：

- [1] 王青，陈宇，张颖昕，侯砚泽，最优控制—理论、方法与应用，高等教育出版社，2011。
- [2] Dan Simon (Wiley)，张勇刚等译，最优状态估计，国防工业出版社，2015。

参考资料：

- [1] 胡寿松，最优控制理论与系统，科学出版社，2016，第三版。
- [2] John L.Crassidis 等，左斌等译，动态系统最优估计，国防工业出版社，2016，第一版。
- [3] 秦永元，卡尔曼滤波与组合导航原理，西北工业大学出版社，2015，第三版。
- [4] 陈新海，最优估计理论，北航出版社，1987。